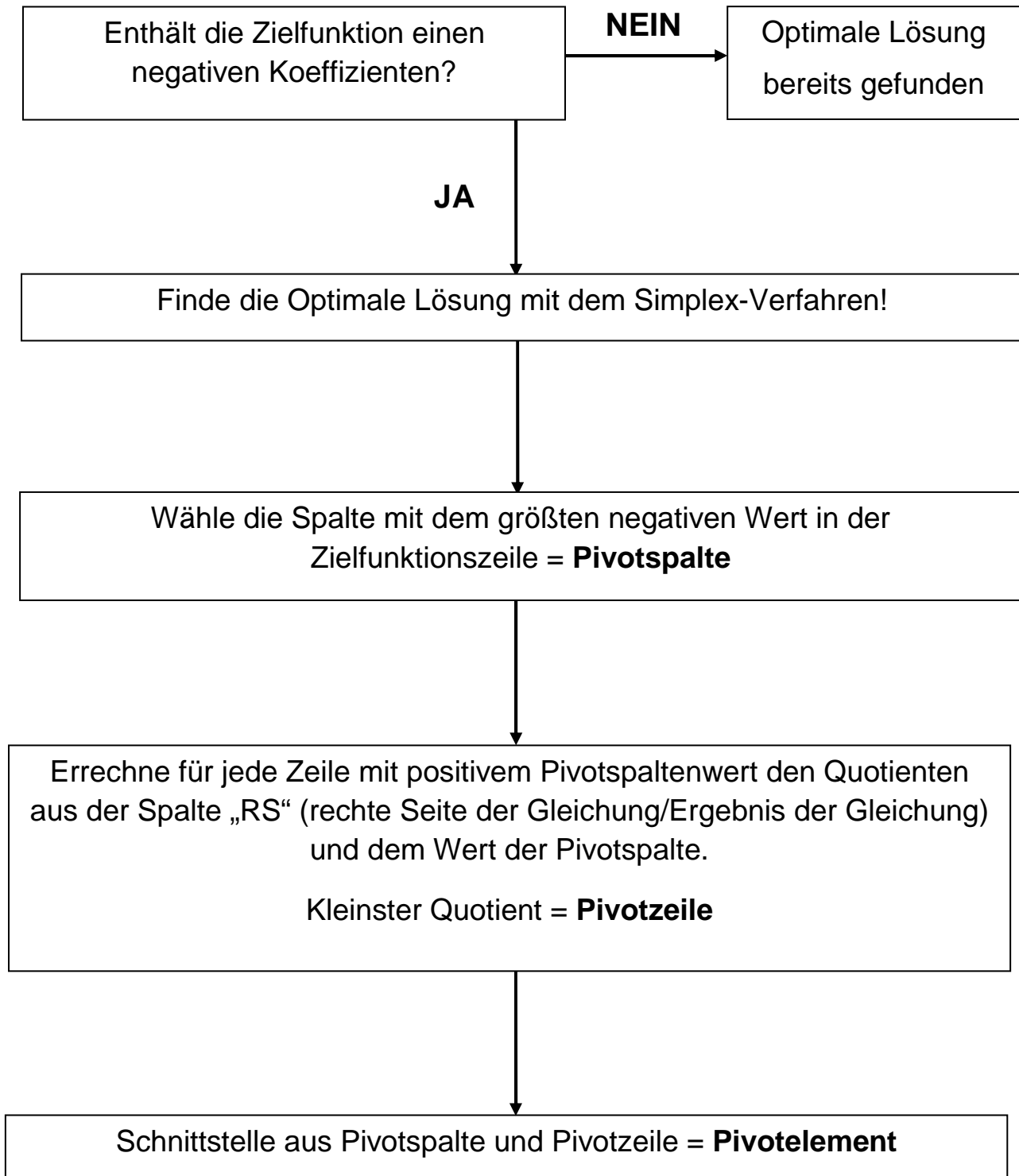


Simplex-Umformung für Dummies



Beispiel zur Bestimmung von Pivotspalte, Pivotzeile und Pivotelement:

Pivotspalte: x4

Warum? Weil diese Spalte in der Zielfunktion (ZF) den **höchsten negativen Wert** hat:

BV	x2	x4	s1	s2	s3	s4	s5	RS	Q
GDB	0	-20	0	0	0	40	0	2000	
s1	0	7	1	0	0	-20	0	400	57,1429
s2	0	10	0	1	0	-7	0	1250	125
s3	0	2	0	0	1	-8	0	100	50
x2	1	0	0	0	0	1	0	50	
s5	0	1	0	0	0	0	1	150	150

Pivotzeile: s3

Warum? Weil diese Zeile den niedrigsten (positiven) Quotienten aus RS („rechte Seite“ der Gleichung) und Pivotspalte x4 hat, nämlich 50.

BV	x2	x4	s1	s2	s3	s4	s5	RS	Q
GDB	0	-20	0	0	0	40	0	2000	
s1	0	7	1	0	0	-20	0	400	400/7 = 57,14
s2	0	10	0	1	0	-7	0	1250	1250/10= 125
s3	0	2	0	0	1	-8	0	100	100/2 = 50
x2	1	0	0	0	0	1	0	50	
s5	0	1	0	0	0	0	1	150	150/1= 150

Pivotelement: 2

Warum? Der Wert ist der **Schnittpunkt** aus Pivotspalte und Pivotzeile.

BV	x2	x4	s1	s2	s3	s4	s5	RS	Q
GDB	0	-20	0	0	0	40	0	2000	
s1	0	7	1	0	0	-20	0	400	400/7 = 57,14
s2	0	10	0	1	0	-7	0	1250	1250/10= 125
s3	0	2	0	0	1	-8	0	100	100/2 = 50
x2	1	0	0	0	0	1	0	50	
s5	0	1	0	0	0	0	1	150	150/1= 150

Während der Umformung tritt die Beschriftung der Pivotspalte anstelle der Beschriftung der Pivotzeile. Die vorherige Nichtbasisvariable x4 wird dann zur Basisvariablen und tritt an Stelle von s3. Es findet ein sog. „**Basistausch**“ statt. Die oberste Zeile bleibt dabei bei jeder Umformung unverändert.

Umformung

Schritt 1: Pivotelement muss zu einer 1 werden.

Wie? Durch **Multiplikation** oder **Division** der gesamten Pivotzeile mit dem Wert, der aus dem Pivotelement 1 macht.

Im Beispiel: Dividieren durch 2.

Denn: $2/2 = 1$.

Wir dividieren also die ganze Zeile durch 2:

BV	x2	x4	s1	s2	s3	s4	s5	RS
GDB	0	-20	0	0	0	40	0	2000
s1	0	7	1	0	0	-20	0	400
s2	0	10	0	1	0	-7	0	1250
s3	0	1	0	0	0,5	-4	0	50
x2	1	0	0	0	0	1	0	50
s5	0	1	0	0	0	0	1	150

Das Pivotelement ist jetzt 1, Ziel erreicht.

Schritt 2: Alle Element über- und unterhalb des Pivotelement müssen Null werden.

Ziel:

BV	x2	x4	s1	s2	s3	s4	s5	RS
GDB	0	0	0	0	0	40	0	2000
s1	0	0	1	0	0	-20	0	400
s2	0	0	0	1	0	-7	0	1250
s3	0	1	0	0	0,5	-4	0	50
x2	1	0	0	0	0	1	0	50
s5	0	0	0	0	0	0	1	150

In der Pivotspalte müssen die Werte der Zeilen GDB, s1, s2 und s5 zu einer 0 umgeformt werden. In der Zeile x2 beträgt der Wert in der Pivotspalte bereits 0, sodass in dieser Zeile keine Umformung nötig ist.

Bei der Umformung geht man Zeile für Zeile durch, in der der Zeilenwert in der Pivotspalte noch keine Null beträgt. Wir fangen z.B. bei der Zeile GDB an.

Wie wird umgeformt?

Zuerst **Addieren oder Subtrahieren** wir den Pivotspaltenwert der Zeile GDB mit der Zahl, die aus dem Pivotspaltenwert eine Null macht:

In der Zeile GDB beträgt der Pivotspaltenwert -20. Wir müssen also „+ 20“ rechnen, damit der Pivotspaltenwert 0 beträgt: $(-20) + 20 = 0$.

Jetzt sind auch noch die anderen Werte der Zeile GDB umzuformen. Wir fangen ganz links beim Spaltenwert x2 der Zeile GDB an. Dieser beträgt 0. Wir rechnen:

Neuer Spaltenwert in Zeile xy =
 (Umgekehrter Vorzeichenwert der Pivotspalte x Zeilenwert in Pivotzeile
 [in derselben Spalte wie alter Spaltenwert der Zeile xy] + alter Zeilenwert
 = $(+20 \times 0) + 0 = 0$

Graphisch gesehen:

BV	x2	x4	s1	s2	s3	s4	s5	RS
GDB	0	-20	0	0	0	40	0	2000
s1	0	1	1	0	0	0	0	400
s2	0	0	0	1	0	-7	0	1250
s3	0	1	0	0	0,5	-4	0	50
x2	1	0	0	0	0	1	0	50
s5	0	1	0	0	0	0	1	150

Diagramm zur Umformung: Ein Pfeil zeigt von der Zelle (s3, x2) mit dem Wert 0 nach oben zur Zelle (GDB, x2) mit dem Wert 0. Ein weiterer Pfeil zeigt von der Zelle (s3, x2) nach rechts zur Zelle (s3, x4) mit dem Wert 1. Ein Textfeld zeigt die Berechnung: **umgekehrter Vorzeichenwert (= +20)**.

Der neue Zeilenwert in der Spalte x2 heißt 0 und bleibt damit unverändert. So geht man jetzt in der Zeile GDB Spalte für Spalte durch:

Neuer Spaltenwert s1: $(+20 \times 0) + 0 = 0$ (bleibt gleich)

Neuer Spaltenwert s2: $(+20 \times 0) + 0 = 0$ (bleibt gleich)

Neuer Spaltenwert s3: $(+20 \times 0,5) + 0 = 10$ (vorher 0)

Neuer Spaltenwert s4: $(+20 \times -4) + 40 = -40$ (vorher 40)

Neuer Spaltenwert s5: $(+20 \times 0) + 0 = 0$ (vorher 0)

Neuer Spaltenwert RS: $(+20 \times 50) + 2000 = 3000$ (vorher 2000)

Die neue, **umgeformte Zeile GDB** sieht dann so aus:

BV	x2	x4	s1	s2	s3	s4	s5	RS
GDB	0	0	0	0	10	-40	0	3000
s1	0	7	1	0	0	-20	0	400
s2	0	10	0	1	0	-7	0	1250
s3	0	1	0	0	0,5	-4	0	50
x2	1	0	0	0	0	1	0	50
s5	0	1	0	0	0	0	1	150

Ebenso verfährt man mit jeder weiteren Zeile, deren Wert in der Pivotspalte noch nicht 0 beträgt. In der Zeile s1 rechnet man anstelle „+20“ (wie in Zeile GDB) mit dem Faktor „-7“:

Zur Bestimmung des neuen Spaltenwertes s4 in Zeile s1 rechnet man z.B.:

BV	x2	x4	s1	s2	s3	s4	s5	RS
GDB	0	0	0	0	10	-40	0	3000
s1	0	7	1	0	0	-20	0	400
s2	0	10	0	0	0	-7	0	1250
s3	0	1	0	0	0,5	-4	0	50
x2	1	0	0	0	0	1	0	50
s5	0	1	0	0	0	0	1	150

Die vollständig umgeformte Zeile s1 lautet dann:

BV	x2	x4	s1	s2	s3	s4	s5	RS
GDB	0	0	0	0	10	-40	0	3000
s1	0	0	1	0	-3,5	8	0	50
s2	0	10	0	1	0	-7	0	1250
s3	0	1	0	0	0,5	-4	0	50
x2	1	0	0	0	0	1	0	50
s5	0	1	0	0	0	0	1	150

Nach Umformung der Zeilen s2 und s5 lautet das **Simplextableau nach Umformung**:

BV	x2	x4	s1	s2	s3	s4	s5	RS
GDB	0	0	0	0	10	-40	0	3000
s1	0	0	1	0	-3,5	8	0	50
s2	0	0	0	1	-5	33	0	750
x4	0	1	0	0	0,5	-4	0	50
x2	1	0	0	0	0	1	0	50
s5	0	0	0	0	-0,5	4	1	100

Durch den **Basistausch** ist x4 an die Stelle von s3 („an die Basis“) getreten. Doch die Lösung ist noch nicht optimal, denn in der Zielfunktionszeile (Zeile GDB) steht noch ein negativer Wert (-40 in der Spalte s4). Die Lösung ist erst dann **optimal**, wenn in der **Zeile der Zielfunktion kein negativer Wert** mehr vorliegt.

Daher ist mindestens eine 2. Umformung nötig. Hierzu müssen aus dem Simplextableau nach Umformung die neue Pivotspalte, die neue Pivotzeile und das neue Pivotelement bestimmt werden:

BV	x2	x4	s1	s2	s3	s4	s5	RS	Q
GDB	0	0	0	0	10	-40	0	3000	
s1	0	0	1	0	-3,5	8	0	50	6,25
s2	0	0	0	1	-5	33	0	750	22,73
x4	0	1	0	0	0,5	-4	0	50	
x2	1	0	0	0	0	1	0	50	50
s5	0	0	0	0	-0,5	4	1	100	25

Und dann geht es wieder von vorne los☺.